

équations différentielle du second ordre linéaire à coefficient constant

on considère l'équation différentielle : $ay'' + by' + cy = d(x)$ a, b, c sont trois réels avec $a \neq 0$

la solution de l'équation différentielle $ay'' + by' + cy = d(x)$ est la somme

d'une solution particulière et de la solution générale de l'équation différentielle

$$ay'' + by' + cy = 0$$

résolution de l'équation différentielle $ay'' + by' + cy = 0$

on cherche des solutions de la forme $y = e^{\lambda x}$ avec $\lambda \in \mathbf{C}$

$y = e^{\lambda x}$ est solution de $ay'' + by' + cy = 0$ ssi $a\lambda^2 + b\lambda + c = 0$ (équation caractéristique)

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Si $\Delta > 0$ l'équation caractéristique a 2 racines réelles λ_1 et λ_2

Les solutions sont de la forme $y = C_1 e^{\lambda_1 x} + C_2 e^{\lambda_2 x}$ où C_1 et C_2 sont deux réels

Si $\Delta = 0$ l'équation caractéristique a 1 racines double λ_0

Les solutions sont de la forme $y = C_1 e^{\lambda_0 x} + C_2 x e^{\lambda_0 x}$ où C_1 et C_2 sont deux réels

Si $\Delta < 0$ l'équation caractéristique a 2 racines complexes conjuguées λ_1 et λ_2

$\lambda_1 = \alpha + i\beta$ et $\lambda_2 = \alpha - i\beta$ où α et β sont des réels

Les solutions sont de la forme $y = e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$

Equation différentielle du premier ordre à coefficient constant

Les solutions de l'équation différentielle $y' = ay$ sont de la forme $y = Ce^{ax}$ où C est un réel

Les solutions de l'équation différentielle $y' = ay + b$ sont de la forme $y = Ce^{ax} - \frac{b}{a}$ où C est un réel
($a \neq 0$)