

équations différentielle du second ordre linéaire à coefficient constant

on considère l'équation différentielle :  $ay'' + by' + cy = d(x)$   $a, b, c$  sont trois réels avec  $a \neq 0$

la solution de l'équation différentielle  $ay'' + by' + cy = d(x)$  est la somme  
d'une solution particulière et de la solution générale de l'équation différentielle  
 $ay'' + by' + cy = 0$

résolution de l'équation différentielle  $ay'' + by' + cy = 0$ 

on cherche des solutions de la forme  $y = e^{\lambda x}$  avec  $\lambda \in \mathbf{C}$

$y = e^{\lambda x}$  est solution de  $ay'' + by' + cy = 0$  ssi  $a\lambda^2 + b\lambda + c = 0$  (équation caractéristique)

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Si  $\Delta > 0$  l'équation caractéristique a 2 racines réelles  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$

Les solutions sont de la forme  $y = C_1 e^{\lambda_1 x} + C_2 e^{\lambda_2 x}$  où  $C_1$  et  $C_2$  sont deux réels

Si  $\Delta = 0$  l'équation caractéristique a 1 racines double  $\lambda_0$

Les solutions sont de la forme  $y = C_1 e^{\lambda_0 x} + C_2 x e^{\lambda_0 x}$  où  $C_1$  et  $C_2$  sont deux réels

Si  $\Delta < 0$  l'équation caractéristique a 2 racines complexes conjuguées  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$

$\lambda_1 = \alpha + i\beta$  et  $\lambda_2 = \alpha - i\beta$  où  $\alpha$  et  $\beta$  sont des réels

Les solutions sont de la forme  $y = e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$

Equation différentielle du premier ordre à coefficient constant

Les solutions de l'équation différentielle  $y' = ay$  sont de la forme  $y = Ce^{ax}$  où  $C$  est un réel

Les solutions de l'équation différentielle  $y' = ay + b$  sont de la forme  $y = Ce^{ax} - \frac{b}{a}$  où  $C$  est un réel  
( $a \neq 0$ )