

COMPLEMENTS SUR LES FONCTIONS :1) application injective

Soit  $f$  une application de  $E$  dans  $F$

Alors :  $f$  est injective ssi  $\forall x_1 \in E, \forall x_2 \in E, f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$

On dit que  $f$  est un injection de  $E$  dans  $F$

.  $f$  est injective ssi tout élément de  $F$  a au plus un antécédent dans  $E$

2) application surjective

Soit  $f$  une application de  $E$  dans  $F$

Alors :  $f$  est surjective ssi  $\forall y \in F, \exists x \in E$  tel que  $y = f(x)$

On dit que  $f$  est un surjection de  $E$  dans  $F$

.  $f$  est surjective ssi tout élément de  $F$  a au moins un antécédent dans  $E$

$f$  est surjective ssi  $f(E) = F$

3) ) application bijective

Soit  $f$  une application de  $E$  dans  $F$

.  $f$  est une bijection de  $E$  sur  $F$  ssi  $f$  est injective et surjective

.  $f$  est bijective ssi tout élément de  $F$  a un unique antécédent dans  $E$

Si  $f$  est une bijection de  $E$  sur  $F$  alors on peut définir la bijection réciproque  $f^{-1}$  par :

.  $x = f^{-1}(y)$  ssi  $y = f(x)$

*Exemple* : la fonction  $\ln$  est une bijection de  $]0; +\infty[$  sur  $\mathbf{R}$

La bijection réciproque est la fonction exponentielle

#### 4) composée de deux applications

Soient  $I, J, K$  des intervalles de  $\mathbf{R}$

.  $f$  est un application de  $I$  dans  $J$  et  $g$  une application de  $J$  dans  $K$

Alors  $g \circ f$  est l'application de  $I$  dans  $K$  définie par :

$$\forall x \in I, g \circ f(x) = g(f(x))$$

*Exemple* : si  $f(x) = x + 3$  et  $g(x) = x^2$

$$\text{Alors } g \circ f(x) = (x + 3)^2$$

Si  $f$  est dérivable sur  $I$  et  $g$  dérivable sur  $J$  alors  $g \circ f$  est dérivable sur  $I$

$$\text{Et } (g \circ f)' = g' \circ f \times f'$$