EXERCICE 10

1) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x + 1$.
   Étudier la convexité de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
2) Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = xe^{-x}$.
   Étudier la convexité de la fonction g sur $\mathbb{R}$.

EXERCICE 11

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x) = \dfrac{e^x}{x}$

1) Montrer que $f''(x) = \dfrac{(x^2 - 2x + 2)e^x}{x^3}$.
2) En déduire un point d'inflexion éventuel de la courbe $\mathscr{C}_f$.

EXERCICE 12

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x) = (x^2 + 2)e^x$

1) Calculer f' puis f''.
2) En déduire la convexité et d'éventuels points d'inflexion de la courbe $\mathscr{C}_f$.

EXERCICE 13

Soit f la fonction definie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = xe^{x^2-1}$.

1) a) Montrer que, pour $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = (2x^2 + 1)e^{x^2-1}$.
   b) En déduire la monotonie de f sur $\mathbb{R}$.
2) a) Montrer que, pour $x \in \mathbb{R}$: $f''(x) = 2x(2x^2 + 3)e^{x^2-1}$.
   b) Déterminer l'intervalle sur lequel la fonction f est convexe.
3) Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = x - f(x)$. On admet que l'inéquation $1 - e^{x^2-1} \geqslant 0$ a pour ensemble de solutions l'intervalle $[-1\ ;\ 1]$.
   Déterminer le signe de $h(x)$ sur $[-1\ ;\ 1]$ et en déduire la position relative de la courbe $\mathscr{C}_f$ et de la droite d d'équation $y = x$ sur $[-1\ ;\ 1]$.