Soit (E) l'ensemble des entiers naturels écrits, en base 10, sous la forme $\overline{abba}$ où a est un chiffre supérieur ou égal à 2 et b est un chiffre quelconque.
Exemples d'éléments de (E) : 2 002 ; 3 773 ; 9 119.
Les parties A et B peuvent être traitées séparément.

Partie A : Nombre d'éléments de (E) ayant 11 comme plus petit facteur premier.

1. **1.** Décomposer 1 001 en produit de facteurs premiers.

2. Montrer que tout élément de (E) est divisible par 11.

2. **1.** Quel est le nombre d'éléments de (E) ?

2. Quel est le nombre d'éléments de (E) qui ne sont ni divisibles par 2 ni par 5 ?

3. Soit n un élément de (E) s'écrivant sous la forme $\overline{abba}$.

1. Montrer que : « n est divisible par 3 » équivaut à « $a+b$ est divisible par 3 ».

2. Montrer que : « n est divisible par 7 » équivaut à « b est divisible par 7 ».

4. Déduire des questions précédentes le nombre d'éléments de (E) qui admettent 11 comme plus petit facteur premier.

Partie B : Étude des éléments de (E) correspondant à une année bissextile.

Soit (F) l'ensemble des éléments de (E) qui correspondent à une année bissextile.
On admet que pour tout élément n de (F), il existe des entiers naturels p et q tels que :

$$n = 2000 + 4p \quad \text{et} \quad n = 2002 + 11q.$$

1. On considère l'équation (e) : $4p - 11q = 2$ où p et q sont des entiers relatifs.
Vérifier que le couple (6, 2) est solution de l'équation (e) puis résoudre l'équation (e).

2. En déduire que tout entier n de (F) peut s'écrire sous la forme $2\,024 + 44\,k$ où k est un entier relatif.

3. À l'aide de la calculatrice déterminer les six plus petits éléments de (F).
N.B. : Liste des nombres premiers inférieurs à 40 :
2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37.