

136 Centres étrangers juin 2001

Un astronome a observé au jour J_0 le corps céleste A, qui apparaît périodiquement tous les 105 jours. Six jours plus tard ($J_0 + 6$), il observe le corps B, dont la période d'apparition est de 81 jours. On appelle J_1 le jour de la prochaine apparition simultanée des deux objets aux yeux de l'astronome. Le but de cet exercice est de déterminer la date de ce jour J_1 .

1. Soient u et v le nombre de périodes effectuées respectivement par A et B entre J_0 et J_1 . Montrer que le couple $(u ; v)$ est solution de l'équation (E_1) : $35x - 27y = 2$.
2. 1. Déterminer un couple d'entiers relatifs $(x_0 ; y_0)$ solution particulière de l'équation (E_2) :

$$35x - 27y = 1.$$

2. En déduire une solution particulière $(u_0 ; v_0)$ de (E_1) .
 3. Déterminer toutes les solutions de l'équation (E_1) .
 4. Déterminer la solution $(u ; v)$ permettant de déterminer J_1 .
3. 1. Combien de jours s'écouleront entre J_0 et J_1 ?
 2. Le jour J_0 était le mardi 7 décembre 1999, quelle est la date exacte du jour J_1 ? (L'année 2000 était bissextile.)
 3. Si l'astronome manque ce futur rendez-vous, combien de jours devra-t-il attendre jusqu'à la prochaine conjonction des deux astres ?