

EXERCICE 2 (5 points) pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

On considère deux entiers naturels, non nuls, x et y premiers entre eux.

On pose $S = x + y$ et $P = xy$.

- 1°) a) Démontrer que x et S sont premiers entre eux, de même que y et S .
b) En déduire que $S = x+y$ et $P = xy$ sont premiers entre eux.
c) Démontrer que les nombres S et P sont de parités différentes (l'un pair, l'autre impair).

2°) Déterminer les diviseurs positifs de 84 et les ranger par ordre croissant.

3°) Trouver les nombres premiers entre eux x et y tels que : $SP = 84$.

4°) Déterminer les deux entiers naturels a et b vérifiant les conditions suivantes:

$$\begin{cases} a + b = 84 \\ ab = d^3 \end{cases} \text{ avec } d = \text{pgcd}(a;b)$$

(On pourra poser $a = dx$ et $b = dy$ avec x et y premiers entre eux)