

EXERCICE 2 (5 points)

Pour chacune des cinq propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et donner une démonstration de la réponse choisie. Une réponse non démontrée ne rapporte aucun point.

1. **Proposition 1** : « pour tout entier naturel n , 3 divise le nombre $2^{2n} - 1$ ».

2. **Proposition 2** : « si un entier relatif x est solution de l'équation $x^2 + x \equiv 0 \pmod{6}$ alors $x \equiv 0 \pmod{3}$ ».

3. **Proposition 3** : « l'ensemble des couples d'entiers relatifs (x, y) solutions de l'équation $12x - 5y = 3$ est l'ensemble des couples $(4+10k ; 9+24k)$ où $k \in \mathbf{Z}$ ».

4. **Proposition 4** : « il existe un seul couple (a, b) de nombres entiers naturels, tel que $a < b$ et $\text{PPCM}(a, b) - \text{PGCD}(a, b) = 1$ ».

5. Deux entiers naturels M et N sont tels que M a pour écriture \overline{abc} en base dix et N a pour écriture \overline{bca} en base dix.

Proposition 5 : « Si l'entier M est divisible par 27 alors l'entier $M - N$ est aussi divisible par 27 ».