

## EXERCICE 2 (5 points)

Pour chacune des cinq propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et donner une démonstration de la réponse choisie. Une réponse non démontrée ne rapporte aucun point.

1. **Proposition 1** : « pour tout entier naturel  $n$ , 3 divise le nombre  $2^{2n} - 1$  ».

2. **Proposition 2** : « si un entier relatif  $x$  est solution de l'équation  $x^2 + x \equiv 0 \pmod{6}$  alors  $x \equiv 0 \pmod{3}$  ».

3. **Proposition 3** : « l'ensemble des couples d'entiers relatifs  $(x, y)$  solutions de l'équation  $12x - 5y = 3$  est l'ensemble des couples  $(4+10k ; 9+24k)$  où  $k \in \mathbf{Z}$  ».

4. **Proposition 4** : « il existe un seul couple  $(a, b)$  de nombres entiers naturels, tel que  $a < b$  et  $\text{PPCM}(a, b) - \text{PGCD}(a, b) = 1$  ».

5. Deux entiers naturels  $M$  et  $N$  sont tels que  $M$  a pour écriture  $\overline{abc}$  en base dix et  $N$  a pour écriture  $\overline{bca}$  en base dix.

**Proposition 5** : « Si l'entier  $M$  est divisible par 27 alors l'entier  $M - N$  est aussi divisible par 27 ».