TS **ARITHMETIQUE** exercices feuille 4

EXERCICE 3

Définition : lorsque a, b, c désignent trois chiffres, avec $a \neq 0$, l'écriture $\overline{abc}$ désigne le nombre dont l'écriture décimale est formée des chiffres successifs a, b, c.

1) Soit $N = \overline{abcd}$ un entier naturel de quatre chiffres.

a) Exprimer N en fonction de a, b, c et d.

b) Soit N' l'entier naturel dont l'écriture dans le système décimal utilise exactement les mêmes chiffres que ceux de l'écriture décimale de N, mais "dans l'ordre inverse".
Exprimer N' en fonction de a, b, c et d.

c) Démontrer que $N - N'$ est multiple de 9.

d) Démontrer que $N + N'$ est multiple de 11.

2) Que se passe-t-il pour $N - N'$ lorsque l'écriture décimale de N n'est constituée que de trois chiffres au lieu de quatre ?

EXERCICE 8

Déterminer tous les couples $(a; b)$ d'entiers naturels solutions de l'équation : $ab - 3b^2 = 18$.

EXERCICE 9

On considère l'équation (E) : $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{7}$, où x et y sont deux entiers non nuls avec $x \leq y$.

1) Montrer que (E) est équivalente à : $(x-7)(y-7) = 49$, avec x et y deux entiers non nuls tels que $x \leq y$.

2) Déterminer tous les couples solutions de (E).

EXERCICE 10

Soit a et n deux entiers naturels non nuls.

a) Démontrer que si $a \mid 15n+2$ et $a \mid 10n+7$, alors $a \mid 85$.

b) Démontrer que si $a \mid 15n+2$ et $a \mid 10n+7$, alors $a \mid 17$.

EXERCICE 11

Soit a un entier relatif.

Démontrer que : $8 \mid 3a+5$ si et seulement si $8 \mid a+23$.

EXERCICE 4

Soit n un entier naturel non nul.

a) Déterminer la somme des n premiers termes de la suite géométrique de raison 6 et de premier terme 1.

b) En déduire que le nombre $6^n + 24$ est divisible par 5. $5 \mid 6^n + 24$

EXERCICE 5

1) Démontrer que la somme de deux entiers impairs est un entier pair.

2) a) Démontrer que la somme de deux nombres entiers impairs consécutifs est divisible par 4.

b) Tout entier naturel divisible par 4 est-il la somme de deux entiers impairs consécutifs ?

EXERCICE 6

1) Montrer que si n est un entier pair, alors le nombre $n(n^2+20)$ est divisible par 8.

2) Montrer que si n est un entier naturel, alors $8 \mid (2n+1)^2 - 1$.