

EXERCICE 1

Soit n un entier naturel non nul et S_n la somme :

$$S_n = \sin\left(\frac{\pi}{n}\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right) + \dots + \sin\left(\frac{(n-1)\pi}{n}\right)$$

1) Poser $z = \cos\left(\frac{\pi}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{n}\right)$

Donner une expression simple de la somme :

$$1 + z + z^2 + \dots + z^{n-1}$$

Calculer la partie réelle et la partie imaginaire de cette somme

En déduire l'égalité : $S_n = \frac{1}{\tan\left(\frac{\pi}{2n}\right)}$

2) Quelle est la limite de la suite $\left(\frac{S_n}{n}\right)$

EXERCICE 2

On pose $u = e^{2i\frac{\pi}{7}}$ $S = u + u^2 + u^4$ et $T = u^3 + u^5 + u^6$

1) Montrer que S et T sont conjugués et que la partie imaginaire de S est positive

2) calculer $S + T$ et ST , En déduire S et T

EXERCICE 3

Résoudre les équations suivantes dans \mathbf{C} :

1) $z^2 + -2iz - 1 + 2i = 0$

2) $iz^2 + iz + 1 + i = 0$

3) $z^2 - 2^{\theta+1}\cos(\theta)z + 2^{2\theta} = 0$