

EXERCICE 1 : Suite de Fibonacci

Soit (u_n) la suite définie par : $u_0 = 0$ $u_1 = 1$

Et pour tout entier $n \geq 2$ $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$

1) Soit (v_n) la suite définie par : $v_n = r^n$ ($r \neq 0$)

Déterminer les valeurs de r pour lesquelles $v_{n+2} = v_{n+1} + v_n$ pour tout entier n

On nommera r_1 et r_2 les deux valeurs obtenues avec $r_2 > 0$

2) Déterminer α et β tels que : $u_0 = \alpha + \beta$ et $u_1 = \alpha r_1 + \beta r_2$

3) Montrer que pour tout entier n : $u_n = \alpha r_1^n + \beta r_2^n$

4)) Soit (w_n) la suite définie par : $w_n = \frac{u_{n+1}}{u_n}$ pour $n \geq 1$

Déterminer $\lim_{n \rightarrow \infty} w_n$

EXERCICE 2

Soient a et b deux réels strictement positifs tels que $a < b$

Soient (u_n) et (v_n) les suites définies par :

$u_0 = b$ $v_0 = a$ et pour tout entier n

$$u_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2} \quad v_{n+1} = \frac{2u_n v_n}{u_n + v_n}$$

Montrer que les suites (u_n) et (v_n) convergent et ont la même limite

Que l'on déterminera