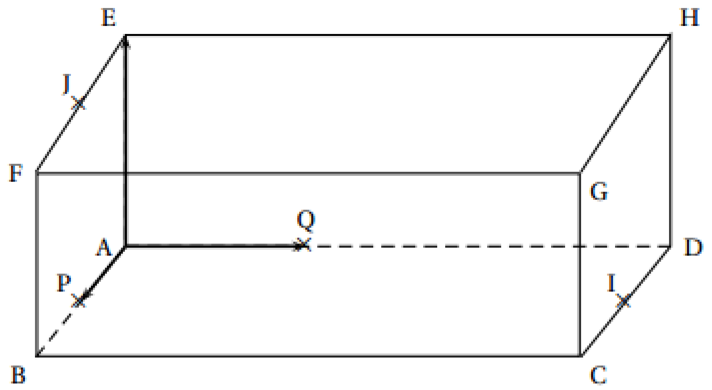
Soit ABCDEFGH un parallélépipède rectangle tel que AB = 2, AD = 3 et AE = 1.
On appelle respectivement I, J et P les milieux respectifs des segments [CD], [EF] et [AB].
On note Q le point défini par $\overrightarrow{AQ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$.



On appelle **plan médiateur d'un segment** le plan perpendiculaire à ce segment et passant par son milieu.
L'objectif de l'exercice est de déterminer les coordonnées du centre d'une sphère circonscrite au tétraèdre ABIJ (c'est-à-dire une sphère qui passe par les quatre points A, B, I, J).
L'espace est rapporté au repère orthonormal $\left(A\,;\,\overrightarrow{AP}, \overrightarrow{AQ}, \overrightarrow{AE}\right)$.

1. Justifier que les quatre points A, B, I et J ne sont pas coplanaires.
2. Déterminer une équation cartésienne du plan médiateur (P_1) du segment [AB].
3. Soit (P_2) le plan d'équation cartésienne $3y - z - 4 = 0$.
   Montrer que le plan (P_2) est le plan médiateur du segment [IJ].
4. **a.** Démontrer que les plans (P_1) et (P_2) sont sécants.
   b. Montrer que leur intersection est une droite (Δ) dont une représentation paramétrique est

   $$\left\{\begin{array}{lcl} x & = & 1 \\ y & = & t \\ z & = & 3t-4 \end{array}\right. \quad \text{où } t \text{ décrit l'ensemble des nombres réels } \mathbb{R}.$$

   c. Déterminer les coordonnées du point Ω de la droite (Δ) tel que $\Omega A = \Omega I$.
   d. Montrer que le point Ω est centre de la sphère circonscrite au tétraèdre ABIJ.