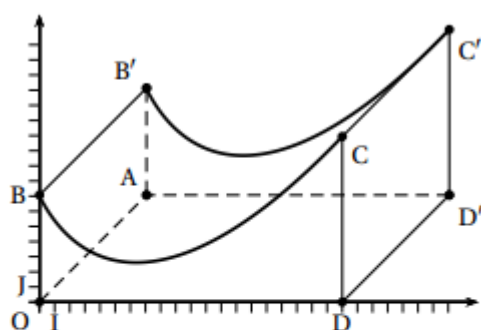




Une municipalité a décidé d'installer un module de skateboard dans un parc de la commune.

Le dessin ci-contre en fournit une perspective cavalière. Les quadrilatères $OAD'D$, $DD'C'C$, et $OAB'B$ sont des rectangles.

Le plan de face (OBD) est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

L'unité est le mètre. La largeur du module est de 10 mètres, autrement dit, $DD' = 10$, sa longueur OD est de 20 mètres.

Le but dit problème est de déterminer l'aire des différentes surfaces à peindre.

Le profil du module de skateboard a été modélisé à partir d'une photo par la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 20]$ par

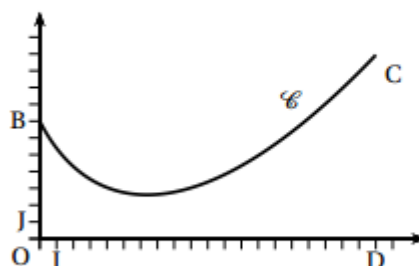
$$f(x) = (x+1)\ln(x+1) - 3x + 7.$$

On note f' la fonction dérivée de la fonction f et $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans le repère (O, I, J) .

Partie 1

1. Montrer que pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[0; 20]$, on a $f'(x) = \ln(x+1) - 2$.
2. En déduire les variations de f sur l'intervalle $[0; 20]$ et dresser son tableau de variation.
3. Calculer le coefficient directeur de la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0.

La valeur absolue de ce coefficient est appelée l'inclinaison du module de skateboard au point B.



4. On admet que la fonction g définie sur l'intervalle $[0; 20]$ par

$$g(x) = \frac{1}{2}(x+1)^2 \ln(x+1) - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x$$

a pour dérivée la fonction g' définie sur l'intervalle $[0; 20]$ par $g'(x) = (x+1)\ln(x+1)$. Déterminer une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[0; 20]$.

