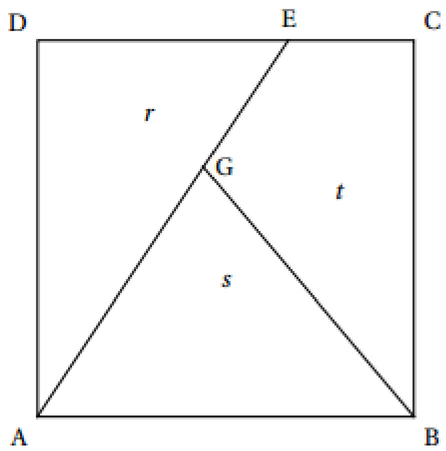
Les parties A et B sont indépendantes

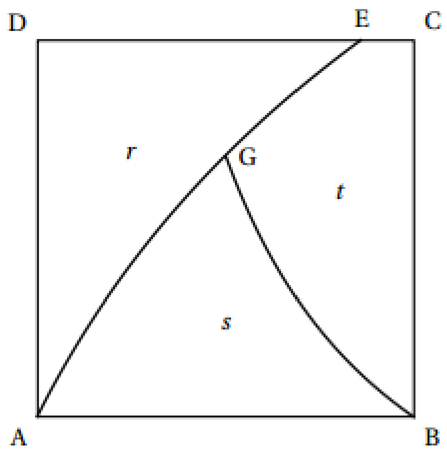
Le fabricant de cadenas de la marque « K »désire imprimer un logo pour son entreprise.
Ce logo a la forme d'une lettre majuscule K stylisée, inscrite dans un carré ABCD, de côté une unité de longueur, et respectant les conditions C1 et C2 suivantes :

- Condition C1 : la lettre K doit être constituée de trois lignes :
  - une des lignes est le segment [AD] ;
  - une deuxième ligne a pour extrémités le point A et un point E du segment [DC] ;
  - la troisième ligne a pour extrémité le point B et un point G situé sur la deuxième ligne.
- Condition C2 : l'aire de chacune des trois surfaces délimitées par les trois lignes dessinées dans h le carré doit être comprise entre 0,3 et 0,4, l'unité d'aire étant celle du carré. Ces aires sont notées r, s, t sur les figures ci-après.

Un atelier de design propose deux dessins possibles, représentés ci-dessous :



Proposition A



Proposition B

Pour mener les études qui suivent, on se place dans le repère orthonormé $\left(A\,;\,\overrightarrow{AB},\,\overrightarrow{AD}\right)$.

Partie A : étude de la proposition A

Dans cette proposition les trois lignes sont des segments et les trois aires sont égales : $r = s = t = \frac{1}{3}$.
Déterminer les coordonnées des points E et G.

Partie B : étude de la proposition B

Cette proposition est caractérisée par les deux modalités suivantes :
- la ligne d'extrémités A et E est une portion de la représentation graphique de la fonction f définie pour tout réel $x \geqslant 0$ par : $f(x) = \ln(2x+1)$;
- la ligne d'extrémités B et G est une portion de la représentation graphique de la fonction g définie pour tout réel $x > 0$ par : $g(x) = k\left(\dfrac{1-x}{x}\right)$, où k est un réel positif qui sera déterminé.

1. **a)** Déterminer l'abscisse du point E.

   b) Déterminer la valeur du réel k, sachant que l'abscisse du point G est égale à $0,5$.

2. **a)** Démontrer que la fonction f admet pour primitive la fonction F définie pour tout réel $x \geqslant 0$ par :

$$F(x) = (x+0,5) \times \ln(2x+1) - x.$$

   b) Démontrer que $r = \dfrac{\mathrm{e}}{2} - 1$.

3. Déterminer une primitive G de la fonction g sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$.

4. On admet que les résultats précédents permettent d'établir que $s = [\ln(2)]^2 + \dfrac{\ln(2)-1}{2}$.
   La proposition B remplit-elle les conditions imposées par le fabricant ?