

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 10\,000$ et pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = 0,95u_n + 200.$$

1. Calculer u_1 et vérifier que $u_2 = 9\,415$.
2. a. Démontrer, à l'aide d'un raisonnement par récurrence, que pour tout entier naturel n :

$$u_n > 4\,000.$$

- b. On admet que la suite (u_n) est décroissante. Justifier qu'elle converge.
3. Pour tout entier naturel n , on considère la suite (v_n) définie par : $v_n = u_n - 4\,000$.
 - a. Calculer v_0 .
 - b. Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison égale à 0,95.
 - c. En déduire que pour tout entier naturel n :

$$u_n = 4\,000 + 6\,000 \times 0,95^n.$$

- d. Quelle est la limite de la suite (v_n) ? Justifier la réponse.
4. En 2020, une espèce animale comptait 10 000 individus. L'évolution observée les années précédentes conduit à estimer qu'à partir de l'année 2021, cette population baissera de 5 % chaque début d'année.

Pour ralentir cette baisse, il a été décidé de réintroduire 200 individus à la fin de chaque année, à partir de 2021.

Une responsable d'une association soutenant cette stratégie affirme que : « l'espèce ne devrait pas s'éteindre, mais malheureusement, nous n'empêcherons pas une disparition de plus de la moitié de la population ».

Que pensez-vous de cette affirmation? Justifier la réponse.