

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n

$$u_{n+1} = \frac{u_n}{1 + u_n}$$

1.
 - a. Calculer les termes u_1 , u_2 et u_3 . On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles.
 - b. Recopier le script python ci-dessous et compléter les lignes 3 et 6 pour que liste(k) prenne en paramètre un entier naturel k et renvoie la liste des premières valeurs de la suite (u_n) de u_0 à u_k .

1.	def liste(k) :
2.	L = []
3.	u = ...
4.	for i in range(0, k+1) :
5.	L.append(u)
6.	u = ...
7.	return(L)

2. On admet que, pour tout entier naturel n , u_n est strictement positif.
Déterminer le sens de variation de la suite (u_n) .
3. En déduire que la suite (u_n) converge.
4. Déterminer la valeur de sa limite.
5.
 - a. Conjecturer une expression de u_n en fonction de n .
 - b. Démontrer par récurrence la conjecture précédente.