EXERCICE 7

On note $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 2 \times 1$ où $n \geq 1$

Démontrer, par récurrence que pour tout naturel n non nul : $n! \geq 2^{n-1}$

EXERCICE 8

La suite (u_n) est la suite définie par : $u_0 \in]0; 1[$ et $u_{n+1} = u_n(2 - u_n)$.

Démontrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}, 0 < u_n < 1$

Remarque : On pourra étudier les variations de la fonction f définie par : $f(x) = x(2-x)$

EXERCICE 9

La suite (u_n) est définie par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n}$.

Démontrer par récurrence que pour tout naturel n , $0 < u_n < 2$ et que (u_n) est croissante

EXERCICE 10

Soit la suite (u_n) , définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par :
$$\begin{cases} u_0 = 1, u_1 = 2 \\ u_{n+2} = 5u_{n+1} - 6u_n \end{cases}$$

Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_n = 2^n$

⚠ Il faut deux termes pour initialiser cette propriété.

EXERCICE 11

But de l'exercice : on ne connaît pas l'expression de u_n en fonction de n . On cherche à l'aide des premiers termes à établir une conjecture quant à l'expression de u_n en fonction de n . On démontre ensuite cette conjecture.

La suite (u_n) est définie par : $u_1 = 0$ et $u_{n+1} = \frac{1}{2 - u_n}$

- Calculer u_2 ; u_3 ; u_4 ; u_5 .
- Que peut-on faire comme conjecture sur l'expression de u_n en fonction de n ?
- Démontrer cette conjecture par récurrence et donner la valeur exacte de u_{2014} .