

**Exercice 6** ★ On considère un entier strictement positif  $a$  et la suite  $(u_n)$  définie pour tout  $n$  par :

$$\begin{cases} u_0 = a \\ u_{n+1} = u_n e^{-u_n} \end{cases}$$

Démontrer par récurrence que  $u_n > 0$ .

**Exercice 7** ★ On considère un entier strictement positif  $a$  et la suite  $(u_n)$  définie pour tout  $n$  par :

$$\begin{cases} u_0 = 20 \\ u_{n+1} = 27u_n - 50 \end{cases}$$

- ❶ Rappeler les variations de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = 27x - 50$
- ❷ Démontrer par récurrence que  $u_n < u_{n+1}$  pour  $n \geq 0$ .

**Exercice 8** ★ ★ On considère un entier strictement positif  $a$  et la suite  $(u_n)$  définie pour tout  $n > 0$  par :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{\sqrt{u_n^2 + 1}} \end{cases}$$

Démontrer par récurrence que  $u_n = \frac{1}{\sqrt{n}}$ .

**Exercice 9** ★★★

Démontrer par récurrence :  $(x + y)^n = \sum_{k=0}^{k=n} \binom{n}{k} x^{n-k} y^k$  quelque soit  $x$  et  $y$ .