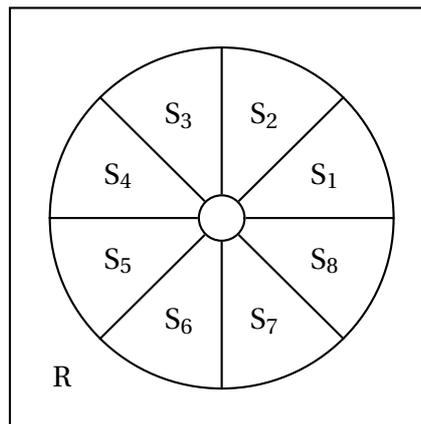


108 Métropole septembre 2002

Un carré de côté 20 cm est partagé selon les 10 zones suivantes :

- un disque D de rayon 1 cm,
- 8 secteurs S_1, S_2, \dots, S_8 de même aire délimités par les frontières du disque D et du disque D' de même centre et de rayon 9 cm,
- une zone R entre le disque D' et le bord du carré.

On place un point aléatoirement dans le carré. La probabilité de placer le point dans une zone quelconque du carré est proportionnelle à l'aire de cette zone.



1.
 - a. Déterminer la probabilité $p(D)$ pour que le point soit placé dans le disque D .
 - b. Déterminer la probabilité $p(S_1)$ pour que le point soit placé dans le secteur S_1 .
2. Pour cette question 2., on utilisera les valeurs approchées suivantes : $p(D) = 0,008$ et pour tout k appartenant à $\{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8\}$, $p(S_k) = 0,0785$.

À cette situation aléatoire est associé le jeu suivant :

- un point placé dans le disque D fait gagner 10 euros ;
- un point placé dans le secteur S_k fait gagner k euros pour tout k appartenant à $\{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8\}$;
- un point placé dans la zone R fait perdre 4 euros.

On note X la variable aléatoire égale au gain algébrique obtenu.

- a. Calculer la probabilité $p(R)$ pour que le point soit placé dans la zone R .
Calculer l'espérance de X .
- b. On joue deux fois de suite. On a donc placé deux points de manière indépendante dans le carré. Calculer la probabilité d'obtenir un gain total positif ou nul.
- c. Soit n un entier naturel supérieur ou égal à deux. On joue n fois de suite. On a donc placé n points de manière indépendante dans le carré.
Calculer la probabilité p_n d'obtenir au moins un point placé dans le disque D .
Déterminer la plus petite valeur de n tel que $p_n \geq 0,9$.