Les probabilités demandées dans cet exercice seront arrondies à 10⁻³.

Un laboratoire pharmaceutique vient d'élaborer un nouveau test anti-dopage.

Partie A

Une étude sur ce nouveau test donne les résultats suivants :

- si un athlète est dopé, la probabilité que le résultat du test soit positif est 0,98 (sensibilité du test);
- si un athlète n'est pas dopé, la probabilité que le résultat du test soit négatif est 0,995 (spécificité du test).

On fait subir le test à un athlète sélectionné au hasard au sein des participants à une compétition d'athlétisme.

On note D l'évènement « l'athlète est dopé » et T l'évènement « le test est positif ». On admet que la probabilité de l'évènement D est égale à 0,08.

- 1. Traduire la situation sous la forme d'un arbre pondéré.
- 2. Démontrer que P(T) = 0,083.
- 3. a. Sachant qu'un athlète présente un test positif, quelle est la probabilité qu'il soit dopé?
 - b. Le laboratoire décide de commercialiser le test si la probabilité de l'évènement « un athlète présentant un test positif est dopé » est supérieure ou égale à 0,95. Le test proposé par le laboratoire sera-t-il commercialisé? Justifier.

Partie B

Dans une compétition sportive, on admet que la probabilité qu'un athlète contrôlé présente un test positif est 0, 103.

- Dans cette question 1. on suppose que les organisateurs décident de contrôler 5 athlètes au hasard parmi les athlètes de cette compétition.
 - On note X la variable aléatoire égale au nombre d'athlètes présentant un test positif parmi les 5 athlètes contrôlés.
 - a. Donner la loi suivie par la variable aléatoire X. Préciser ses paramètres.
 - **b.** Calculer l'espérance E(X) et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
 - c. Quelle est la probabilité qu'au moins un des 5 athlètes contrôlés présente un test positif?
- 2. Combien d'athlètes faut-il contrôler au minimum pour que la probabilité de l'évènement « au moins un athlète contrôlé présente un test positif » soit supérieure ou égale à 0,75? Justifier.