EXERCICE 1

Le plan est rapporté à un repère orthonormal (O , $\vec{u}$, $\vec{v}$)

On appelle f l' application qui à tout point M d' affixe z (z $\neq$ -1) associe le point M' d' affixe z' telle que

$$z' = \frac{-iz - 2}{z + 1}$$

Soient A , B , C les points d' affixe respectives a = -1 , b = 2i , c = -i

1- Soit C' l' image du point C par f , Donner l' affixe c' du point C' sous forme algébrique puis sous forme trigonométrique

2- Calculer l' affixe d du point D ayant pour image par f le pont D' d' affixe $d' = \frac{1}{2}$

3- Pour tout nombre complexe z différent de -1 , on note p le module de z + 1 (c' est à dire $|z+1| = p$) et p' le module de z' + i (c' est à dire $|z'+i| = p'$)

a- Démontrer que , pour tout nombre complexe z différent de -1 on a : $pp' = \sqrt{5}$

b- Si le point M appartient au cercle (Γ) de centre A et de rayon 2 , montrer que le point M' = f(M) appartient au cercle (Γ ') dont on précisera le centre et le rayon

4- Pour tout nombre complexe z différent de -1 , on considère le nombre complexe

$$\omega = \frac{z - 2i}{z + 1}$$

a- interpréter géométriquement l' argument du nombre complexe ω

b- montrer que z' = -i ω

c- déterminer l ' ensemble (F) des point M d' affixe z tels que z' soit réel un non nul

d- Vérifier que le point D appartient aux ensembles (Γ) et (F)

5- Représenter les ensembles (Γ) , (Γ ') , (F) (unité 4 cm)