

SOMME DE VARIABLES ALEATOIRES

Exercice 4. Somme et moyenne de v.a.(c)

▷ Capacité 4 page 405 du livre Indice.

Une étude statistique a été réalisée sur le temps d'attente, en secondes, subi par la clientèle avant d'être prise en communication avec un standardiste.

La variable aléatoire T , qui associe à tout client son temps d'attente, a pour espérance 18 et pour écart-type 7. On estime que la probabilité qu'un client ait une attente de plus de 20 secondes est égale à 0,4.

- 1 Au cours d'une même semaine, un même client passe cinq appels, indépendants les uns des autres. On note X la variable aléatoire exprimant le nombre de fois où, au cours de ces cinq appels, le temps d'attente est supérieur à 20 secondes. Déterminer l'espérance et l'écart-type de X .
- 2 Dans le but de diminuer le temps d'attente, on effectue une enquête sur un échantillon de 100 clients. Soit Y la variable aléatoire mesurant le temps d'attente moyen exprimé en secondes pour un échantillon de 100 clients. Déterminer l'espérance et l'écart-type de Y .

Exercice 5. Somme et moyenne de v.a.(c)

▷ ex. 65 p 415 du livre Indice.

On suppose que la masse d'un certain type de colis que reçoit une entreprise définit une v.a. d'espérance 300 kg et d'écart-type 50 kg.

On place les colis sur un monte-charge, et on s'intéresse à la masse aléatoire M qui, à un groupe de 25 colis, associe la masse totale de l'ensemble des colis.

On note P_i la v.a. associée à la masse du i -ième colis.

1. Calculer l'espérance de la v.a. M .
2. On suppose que les v.a. P_i sont indépendantes. Déterminer l'écart-type de M .

Exercice 6. Appliquer l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev(c)

▷ Capacité 5 page 407 du livre Indice.

On lance 3 600 fois une pièce de monnaie non truquée.

Soit X la variable aléatoire qui associe à cette expérience le nombre de Pile obtenus.

- 1 Écrire l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev relative à la variable X .
- 2 Minorer la probabilité que le nombre d'apparitions de Pile soit strictement compris entre 1 600 et 2 000.

Exercice 7. Utiliser l'inégalité de concentration (c)

▷ Capacité 6 page 407 du livre Indice.

On effectue n tirages successifs, avec remise, d'une boule dans une urne contenant 2 boules rouges et 3 boules noires. On note X la variable aléatoire qui, à un tirage donné, associe 1 si la boule tirée est rouge, et 0 sinon, et M_n la variable aléatoire moyenne d'un échantillon de taille n de X .

- 1 Déterminer $E(X)$ et $V(X)$, puis écrire l'inégalité de concentration relative à M_n .
- 2 À partir de quel nombre de tirages peut-on garantir à plus de 95 % que la proportion de boules rouges obtenues restera strictement comprise entre 0,35 et 0,45 ?