EXERCICE 13

On lance une pièce truquée de sorte que la probabilité d'obtenir PILE est 0,6.

1) On lance n fois cette pièce et on appelle X_i la variable aléatoire donnant le nombre de PILE obtenus au i-ième lancer.
   a) Justifier que X_i suit une loi de Bernoulli.
   b) Déterminer $\mathrm{E}(X_i)$ et $\mathrm{V}(X_i)$.
2) On cherche à déterminer un nombre de lancers à partir duquel on est sûr au seuil de 95 % qu'il y a plus de PILE que de FACE.
   a) On appelle M_n la variable aléatoire donnant la moyenne des n premiers X_i. Quel est le plus grand intervalle I de la forme $]0,6-\delta\ ;\ 0,6+\delta[$ tel que $M_n \in \mathrm{I}$ implique qu'il y ait eu plus de PILE que de FACE ?
   b) À l'aide de l'inégalité de concentration, déterminer à partir de combien de lancers on peut être sûr au seuil de 95 % que $M_n \in \mathrm{I}$. On appellera n_0 ce nombre de lancers.
   c) En utilisant la loi binomiale, calculer la probabilité qu'il y ait plus de PILE que de FACE quand on lance n_0 fois cette pièce. Commenter.

EXERCICE 14

On considère une variable aléatoire X d'espérance 10 et de variance 4.

1) Trouver $\delta > 0$ tel que $\dfrac{\mathrm{V}(X)}{\delta^2} \leqslant 0,02$
2) En déduire sans calcul que pour ces valeurs de δ, on a $p(|X-10| \geqslant \delta) \leqslant 0,02$.

EXERCICE 15

Un joueur de rugby s'entraîne à tirer des pénalités. On considère que la variable aléatoire X donnant le nombre de pénalités réussies sur les 100 tentées suit une loi d'espérance 70 et de variance inconnue.

Sachant que la probabilité qu'il réussisse entre 0 et 60 ou entre 80 et 100 pénalités est supérieure à 0,1, déterminer une minoration de $\mathrm{V}(X)$.