

128 f est la fonction définie sur $[-1; +\infty[$ par :

$$f(x) = 1 + x \ln(x + 2).$$

\mathcal{C} est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Étude des variations de la dérivée f'

a) f' désigne la fonction dérivée première de f et f'' la fonction dérivée seconde.

Calculer $f'(x)$, puis $f''(x)$ pour tout réel $x \geq -1$.

b) Étudier les variations de f' sur l'intervalle $[-1; +\infty[$.

c) Déterminer la limite de f' en $+\infty$.

2. Étude du signe de $f'(x)$

a) Montrer que dans l'intervalle $[-1; +\infty[$, l'équation $f'(x) = 0$ admet une solution unique α appartenant à l'intervalle $]0,6; -0,5[$.

b) En déduire le signe de $f'(x)$ selon les valeurs de x .

3. Étude des variations de f

a) Étudier les variations de f sur l'intervalle $[-1; +\infty[$.

b) Déterminer la limite de f en $+\infty$.

c) Dresser le tableau de variations de f .