

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

Soit f la fonction définie sur \mathbf{R} par : $f(x) = (x^3 - 1)\sqrt{x^2 + 1}$.

1°) Faire apparaître sur l'écran de la calculatrice graphique la courbe représentative de cette fonction dans la fenêtre $-5 \leq x \leq 5, -4 \leq y \leq 4$.

Reproduire l'allure de la courbe obtenue sur la copie.

2°) Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

3°) On se propose maintenant d'étudier plus précisément la fonction f .

- a) Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction f et en déduire que le signe de $f'(x)$ est le même que celui de $P(x) = 4x^4 + 3x^2 - x$.
- b) Soit $Q(x) = 4x^3 + 3x - 1$, étudier les variations de Q sur \mathbf{R} et démontrer que l'équation $Q(x) = 0$ admet une unique solution α sur \mathbf{R} dont on donnera une valeur approchée à 10^{-3} près.
- c) En déduire le signe de $Q(x)$ puis le signe de $f'(x)$.
- d) Dresser le tableau de variations de f sur \mathbf{R} .

4°) On veut représenter sur l'écran de la calculatrice les informations trouvées dans le 3°), quels intervalles choisir pour la fenêtre de la calculatrice ? On donnera un intervalle d'amplitude 0,5 en abscisse et d'amplitude 0,02 en ordonnée.