

EXERCICE 4 7 points**Thèmes : géométrie dans le plan et dans l'espace**

L'espace est rapporté un repère orthonormal où l'on considère :

- les points $A(2 ; -1 ; 0)$, $B(1 ; 0 ; -3)$, $C(6 ; 6 ; 1)$ et $E(1 ; 2 ; 4)$;
- Le plan \mathcal{P} d'équation cartésienne $2x - y - z + 4 = 0$.

- a. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A .
 - b. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ puis les longueurs BA et BC .
 - c. En déduire la mesure en degrés de l'angle \widehat{ABC} arrondie au degré.
- a. Démontrer que le plan \mathcal{P} est parallèle au plan (ABC) .
 - b. En déduire une équation cartésienne du plan (ABC) .
 - c. Déterminer une représentation paramétrique de la droite \mathcal{D} orthogonale au plan (ABC) et passant par le point E .
 - d. Démontrer que le projeté orthogonal H du point E sur le plan (ABC) a pour coordonnées $\left(4 ; \frac{1}{2} ; \frac{5}{2}\right)$.
3. On rappelle que le volume d'une pyramide est donné par $\mathcal{V} = \frac{1}{3}\mathcal{B}h$ où \mathcal{B} désigne l'aire d'une base et h la hauteur de la pyramide associée à cette base.
Calculer l'aire du triangle ABC puis démontrer que le volume de la pyramide à base ABC est égal à 16,5 unités de volume.