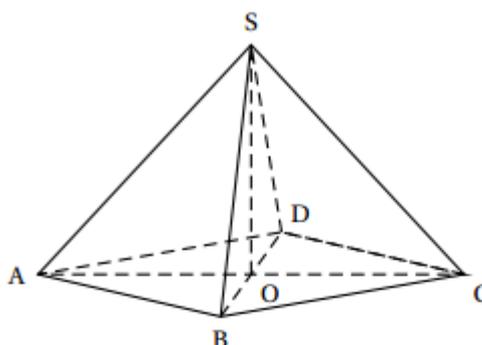


Partie A : un calcul de volume sans repère

On considère une pyramide équilatère $SABCD$ (pyramide à base carrée dont toutes les faces latérales sont des triangles équilatéraux) représentée ci-contre.

Les diagonales du carré $ABCD$ mesurent 24 cm. On note O le centre du carré $ABCD$.

On admettra que $OS = OA$.



1. Sans utiliser de repère, démontrer que la droite (SO) est orthogonale au plan (ABC) .
2. En déduire le volume, en cm^3 , de la pyramide $SABCD$.

Partie B : dans un repère

On considère le repère orthonormé $(O; \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OS})$.

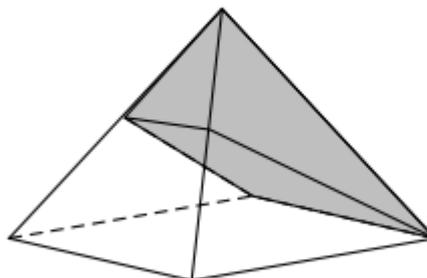
1. On note P et Q les milieux respectifs des segments $[AS]$ et $[BS]$.
 - a. Justifier que $\vec{n}(1; 1; -3)$ est un vecteur normal au plan (PQC) .
 - b. En déduire une équation cartésienne du plan (PQC) .
2. Soit H le point du plan (PQC) tel que la droite (SH) est orthogonale au plan (PQC) .
 - a. Donner une représentation paramétrique de la droite (SH) .
 - b. Calculer les coordonnées du point H .
 - c. Montrer alors que la longueur SH , en unité de longueur, est $\frac{2\sqrt{11}}{11}$.
3. On admettra que l'aire du quadrilatère $PQCD$, en unité d'aire, est égale à $\frac{3\sqrt{11}}{8}$.
Calculer le volume de la pyramide $SPQCD$, en unité de volume.

Partie C : partage équitable

Pour l'anniversaire de ses deux jumelles Anne et Fanny, Madame Nova a confectionné un joli gâteau en forme de pyramide équilatère dont les diagonales du carré de base mesurent 24 cm.

Elle s'apprête à le partager en deux, équitablement, en plaçant son couteau sur le sommet. C'est alors qu'Anne arrête son geste et lui propose une découpe plus originale :

« Place la lame sur le milieu d'une arête, parallèlement à un côté de la base, puis coupe en te dirigeant vers le côté opposé ».



Fanny a des doutes, les parts ne lui semblent pas équitables. Est-ce le cas? Justifier la réponse.