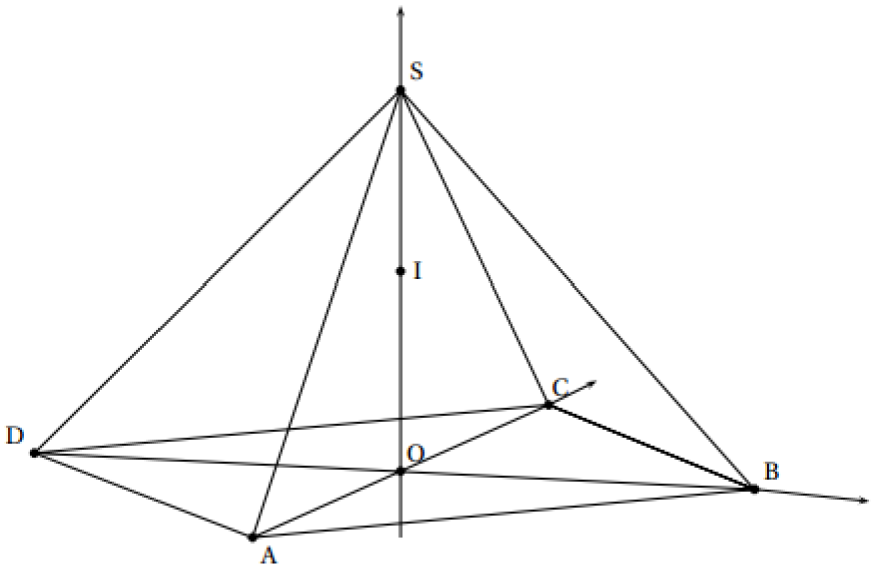
On considère la pyramide régulière SABCD de sommet S constituée de la base carrée ABCD et de triangles équilatéraux représentée ci-dessous.



Le point O est le centre de la base ABCD avec OB = 1.
On rappelle que le segment [SO] est la hauteur de la pyramide et que toutes les arêtes ont la même longueur.

1. Justifier que le repère $\left(O\,;\,\overrightarrow{OB},\,\overrightarrow{OC},\,\overrightarrow{OS}\right)$ est orthonormé.

Dans la suite de l'exercice, on se place dans le repère $\left(O\,;\,\overrightarrow{OB},\,\overrightarrow{OC},\,\overrightarrow{OS}\right)$.

2. On définit le point K par la relation $\overrightarrow{SK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{SD}$ et on note I le milieu du segment [SO].

a. Déterminer les coordonnées du point K.

b. En déduire que les points B, I et K sont alignés.

c. On note L le point d'intersection de l'arête [SA] avec le plan (BCI).
Justifier que les droites (AD) et (KL) sont parallèles.

d. Déterminer les coordonnées du point L.

3. On considère le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}$ dans le repère $\left(O\,;\,\overrightarrow{OB},\,\overrightarrow{OC},\,\overrightarrow{OS}\right)$.

a. Montrer que $\vec{n}$ est un vecteur normal au plan (BCI).

b. Montrer que les vecteurs $\vec{n}$, $\overrightarrow{AS}$ et $\overrightarrow{DS}$ sont coplanaires.

c. Quelle est la position relative des plans (BCI) et (SAD) ?