

Une urne contient 10 boules indiscernables, 5 rouges, 3 jaunes, et 2 vertes. Dans les questions 1. et 2. on tire au hasard et simultanément 3 boules de cette urne. Les réponses seront données sous forme de fractions irréductibles.

1. Soit les évènements suivants :

A « Les trois boules sont rouges. »

B « Les trois boules sont de la même couleur. »

C « Les trois boules sont chacune d'une couleur différente. »

a. Calculer les probabilités $p(A)$, $p(B)$ et $p(C)$.

b. On appelle X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de couleurs obtenues. Déterminer la loi de probabilité de X . Calculer $E(X)$.

2. Dans cette question, on remplace les 5 boules rouges par n boules rouges où n est un entier supérieur ou égal à 2. L'urne contient donc $n + 5$ boules, c'est-à-dire, n rouges, 3 jaunes et 2 vertes. On tire au hasard et simultanément deux boules de cette urne. Soit les évènements suivants : D « Tirer deux boules rouges. » E « Tirer deux boules de la même couleur. »

a. Montrer que la probabilité de l'évènement D est

$$p(D) = \frac{n(n-1)}{(n+5)(n+4)}.$$

b. Calculer la probabilité de l'évènement E , $p(E)$ en fonction de n . Pour quelles valeurs de n a-t-on $p(E) \geq \frac{1}{2}$?