TS **APPROFONDISSEMENT** feuille 15

EXERCICE 1 : THEOREME DE WILSON

Soit p un entier naturel $p \geq 2$

Démontrer que p est premier ssi $(p-1)! \equiv -1$ [p]

EXERCICE 2 : PETIT THEOREME DE FERMAT

Soit p un nombre premier ($p \geq 2$)

a) Montrer que : $\forall$ k $\in \{1, 2, \dots, p-1\}$ $p \mid \binom{p}{k}$

b) en déduire le petit théorème de fermat , $\forall$ n $\in \boldsymbol{Z}$ $n^p \equiv n$ [p]

en particulier , $\forall$ n $\in \boldsymbol{Z}$ si p ne divise n alors $n^{p-1} \equiv 1$ [p]

EXERCICE 3

Montrer que pour tous entiers relatifs a et b non nuls

Si a^2 divise b^2 alors a divise b