Une usine fabrique un très grand nombre de billes en acier spécial destinées à un certain type de roulement.

Dans cet exercice, les résultats approchés sont à arrondir à 10^{-3}.

A- Loi normale

Une bille est conforme lorsque sa masse, exprimée en grammes, appartient à l'intervalle [14,92 ; 15,08].

1. On noie M la variable aléatoire qui, à chaque bille prélevée au hasard dans la production, associe sa masse. On suppose que la variable aléatoire M suit la loi normale de moyenne 15 et d'écart type $0,05$.

   Calculer la probabilité qu'une bille prélevée au hasard dans la production soit conforme.

2. La qualité de la production de billes étant jugée insuffisante, on effectue un réglage.

   On note M_1 la variable aléatoire qui, à chaque bille prélevée dans la nouvelle production future, associe sa masse. On suppose que la variable aléatoire M_1, suit une loi normale de moyenne 15 et d'écart type σ_1.

   On admet que la probabilité qu'une bille prélevée au hasard dans la nouvelle production soit conforme est alors égale à $0,99$.

   Déterminer σ_1.

B. Loi binomiale et approximation d'une loi binomiale par une loi de Poisson

On note E l'évènement : « une bille prélevée au hasard dans un stock important est défectueuse ».

On suppose que $P(E) = 0,01$.

Les roulements fabriqués avec ce type de billes contiennent 36 billes.

On prélève au hasard 36 billes dans un stock suffisamment important pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 36 billes.

On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement ainsi défini associe le nombre de billes de ce prélèvement qui sont défectueuses.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on déterminera les paramètres.
2. **a.** Déterminer la probabilité qu'il n'y ait aucune bille défectueuse dans un tel prélèvement.

   b. Déterminer la probabilité qu'il y ait au plus deux billes défectueuses dans un tel prélèvement.