

Afin de conserver au fil des années un parc en bon état, un loueur de vélos se sépare chaque hiver de 20 % de son stock et achète ensuite 35 nouveaux vélos.

On modélise la situation par une suite (u_n) où, pour tout entier naturel n , u_n représente le nombre de vélos présents dans le stock de ce loueur au 1^{er} juillet de l'année $(2018 + n)$.

Au 1^{er} juillet 2018, le loueur possède 150 vélos, ainsi $u_0 = 150$.

1. a. Déterminer le nombre de vélos dans le stock du loueur au 1^{er} juillet 2019.

b. Justifier que, pour tout entier naturel n , on a : $u_{n+1} = 0,8u_n + 35$.

2. On a calculé les premiers termes de cette suite à l'aide d'un tableur.

Une copie d'écran est donnée ci-dessous :

	A	B
1	rang n	terme u_n
2	0	150
3	1	155
4	2	159
5	3	162,2

a. Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B3 pour obtenir, par copie vers le bas, les termes successifs de la suite (u_n) ?

b. Pour les termes de rang 36, 37, 38, 39 et 40, on obtient les résultats suivants (arrondis au millièmes) :

38	36	174,992
39	37	174,994
40	38	174,995
41	39	174,996
42	40	174,997

Conjecturer la limite de la suite (u_n) .

3. Dans cette question, on cherche à démontrer la conjecture émise à la question précédente.

Pour cela, on pose pour tout entier naturel n : $v_n = u_n - 175$.

a. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b. En déduire que, pour tout entier naturel n , on a : $u_n = -25 \times 0,8^n + 175$.

c. Déterminer alors la limite de la suite (u_n) .

4. On admet que la suite (u_n) est croissante.

Déterminer l'ensemble des entiers naturels n tels que : $u_n \geq 170$.

Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.