

La Pyrale du buis est une espèce de lépidoptères de la famille des Crambidae, originaire d'Extrême-Orient. Introduite accidentellement en Europe dans les années 2000, elle y est devenue invasive. Une étude décomptant le nombre de chenilles de Pyrale dans un camping d'Ardèche donne les estimations suivantes :

Date	01/06/18	02/06/18	03/06/18
n	0	1	2
Nombre de chenilles en centaines	97	181	258

L'exercice étudie et compare deux modélisations de l'évolution du nombre de chenilles.

Partie 1 : Modèle 1

Dans cette partie, on modélise le nombre de chenilles le n -ième jour après le 1^{er} juin 2018 (nombre exprimé en centaines) par une suite géométrique (u_n) de raison $q = 1,63$. Ainsi $u_0 = 97$.

1. Calculer u_2 . Arrondir à l'unité.
2. Exprimer u_n en fonction de n , pour tout entier naturel n .
3. Justifier que la suite (u_n) est croissante.
4. Selon ce modèle, quel sera le nombre de chenilles le 13 juin 2018? Arrondir à la centaine.

Partie 2 : Modèle 2

Dans cette partie, on modélise le nombre de chenilles le n -ième jour après le 1^{er} juin 2018 (nombre exprimé en centaines) par une suite (v_n) telle que :

$$v_0 = 97 \text{ et, pour tout entier naturel } n, v_{n+1} = 0,91v_n + 93.$$

1. On admet que, pour tout entier naturel n : $v_n = \frac{1}{3}(-2809 \times 0,91^n + 3100)$.
Selon ce modèle, quel sera le nombre de chenilles le 13 juin 2018? Arrondir à la centaine.
2. En étudiant le signe de $v_{n+1} - v_n$, montrer que la suite (v_n) est croissante.

Partie 3 : Comparaison des différents modèles

La valeur relevée dans le camping le 13 juin 2018 est de 745 centaines de chenilles.

1. À partir de ce relevé, quel modèle paraît le plus adapté?
2. On reprend l'étude du deuxième modèle.
 - a. Résoudre l'inéquation : $v_n \geq 1000$.
 - b. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.