

Une commune dispose de 380 voitures et propose un système de locations de ces voitures selon les modalités suivantes :

- chaque voiture est louée pour une durée d'un mois ;
- la location commence le 1^{er} jour du mois et se termine le dernier jour du même mois ;
- le nombre de voitures louées est comptabilisé à la fin de chaque mois.

À la fin du mois de janvier 2019, 280 voitures ont été louées avec ce système de location.

Le responsable de ce système souhaite étudier l'évolution du nombre de locations de voitures.

Pour cela il modélise le nombre de voitures louées chaque mois par une suite (u_n) , où, pour tout entier naturel n , u_n représente le nombre de voitures louées le n -ième mois après le mois de janvier 2019. Ainsi $u_0 = 280$.

On admet que cette modélisation conduit à l'égalité : $u_{n+1} = 0,9u_n + 42$.

1. Combien de voitures ont-elles été louées avec ce système de location au mois de février 2019?
2. Pour tout entier naturel n , on pose : $v_n = u_n - 420$.
 - a. Montrer que la suite (v_n) est géométrique. On précisera le premier terme v_0 et la raison.
 - b. Pour tout entier naturel n , exprimer v_n en fonction de n et montrer que $u_n = -140 \times 0,9^n + 420$.
3. Déterminer la limite de la suite (u_n) puis interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
4. La commune, qui possède initialement 380 véhicules, envisage d'acheter des voitures supplémentaires pour répondre à la demande. Le responsable de la commune souhaite prévoir à partir de quelle date le nombre de voitures sera insuffisant.

On souhaite utiliser l'algorithme ci-dessous :

```

N ← 0
U ← 280
Tant que .....
    N ← N + 1
    U ← .....
Fin Tant que
  
```

- a. Recopier et compléter l'algorithme.
 - b. Que contient la variable N à la fin de l'exécution de l'algorithme?
 - c. En déduire le mois durant lequel la commune devra augmenter le nombre de voitures.
5. Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation :
- $$-140 \times 0,9^n + 420 > 380$$
- et retrouver le résultat précédent.