

Un lac de montagne est alimenté par une rivière et régulé par un barrage, situé en aval, d'une hauteur de 10 m.

On mesure le niveau de l'eau chaque jour à midi.

Le 1^{er} janvier 2018, à midi, le niveau du lac était de 6,05 m.

Entre deux mesures successives, le niveau d'eau du lac évolue de la façon suivante :

- d'abord une augmentation de 6 % (apport de la rivière) ;
 - ensuite une baisse de 15 cm (écoulement à travers le barrage).
1. On modélise l'évolution du niveau d'eau du lac par une suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$, le terme u_n représentant le niveau d'eau du lac à midi, en cm, n jours après le 1^{er} janvier 2018.
Ainsi le niveau d'eau du lac, en cm, le 1^{er} janvier 2018 est donné par $u_0 = 605$.
 - a. Calculer le niveau du lac, en cm, le 2 janvier 2018 à midi.
 - b. Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 1,06u_n - 15$.
 2. On pose, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = u_n - 250$.
 - a. Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 1,06.
Préciser son terme initial.
 - b. Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 355 \times 1,06^n + 250$.
 3. Lorsque le niveau du lac dépasse 10 m, l'équipe d'entretien doit agrandir l'ouverture des vannes du barrage.
 - a. Déterminer la limite de la suite (u_n) .
 - b. L'équipe d'entretien devra-t-elle ouvrir les vannes afin de réguler le niveau d'eau? Justifier la réponse.
 4. Afin de déterminer la première date d'intervention des techniciens, on souhaite utiliser l'algorithme incomplet ci-dessous.

```
N ← 0
U ← 605
Tant que ..... faire
    U ← .....
    N ← N + 1
Fin Tant que
```

- a. Recopier et compléter l'algorithme.
- b. À la fin de l'exécution de l'algorithme, que contient la variable N ?
- c. En déduire la première date d'intervention des techniciens sur les vannes du barrage.