

EXERCICE 2 (5 points) **CANDIDATS AYANT SUIVI L'ENSEIGNEMENT DE SPECIALITE**

Un centre aéré, ouvert tous les mercredis après midi à partir du 1^{er} septembre, propose aux enfants de s'inscrire chaque semaine à une activité. L'une de ces activités est la natation.

Une étude effectuée sur l'année scolaire 2009/2010 montre que d'une semaine sur l'autre 5 % des enfants ne se réinscrivent pas à la natation, alors que dans le même temps 10 nouveaux enfants s'y inscrivent.

Le directeur se base sur les résultats de l'année scolaire 2009/2010 pour prévoir l'évolution des inscriptions pour l'année scolaire 2010/2011.

La première semaine de l'année scolaire 2010/2011, 80 enfants se sont inscrits à la natation. On note u_0 le nombre initial d'enfants inscrits à la natation, ainsi $u_0 = 80$.

Pour tout entier naturel n , on note u_n le nombre d'enfants inscrits à la natation au bout de n semaines.

1. Montrer que $u_1 = 86$.
2. Pour tout entier naturel n , exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
3. Pour tout entier naturel n , on pose $a_n = u_n - 200$. Montrer que la suite (a_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
Pour tout entier naturel n , exprimer a_n en fonction de n . En déduire que, pour tout entier naturel n , on a $u_n = 200 - 120 \times 0,95^n$.

Les questions suivantes peuvent être traitées indépendamment les unes des autres.

4. Montrer que pour tout entier naturel n , on a $u_{n+1} - u_n = 6 \times 0,95^n$. En déduire que le nombre d'inscriptions à la natation augmente toutes les semaines.
5. Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.
Après combien de semaines, le contexte restant le même, le nombre d'enfants inscrits à la piscine dépassera-t-il 150 ?