

Soit la suite (u_n) définie par

$$u_0 = 150 \text{ et pour tout entier naturel } n, u_{n+1} = 0,8u_n + 45.$$

1. Calculer u_1 et u_2 .
2. Voici deux propositions d'algorithmes :

Variables :

N est un entier naturel

U est un nombre réel

Initialisation :

U prend la valeur 150

N prend la valeur 0

Traitement :

Tant que $U \geq 220$

U prend la valeur $0,8 \times U + 45$

N prend la valeur $N + 1$

Fin Tant que

Sortie :

Afficher N

Algorithme 1

Variables :

N est un entier naturel

U est un nombre réel

Initialisation :

U prend la valeur 150

N prend la valeur 0

Traitement :

Tant que $U < 220$

U prend la valeur $0,8 \times U + 45$

N prend la valeur $N + 1$

Fin Tant que

Sortie :

Afficher N

Algorithme 2

- a. Un seul de ces algorithmes permet de calculer puis d'afficher le plus petit entier naturel n tel que $u_n \geq 220$.
Préciser lequel en justifiant pourquoi l'autre algorithme ne le permet pas.
 - b. Quelle est la valeur numérique affichée par l'algorithme choisi à la question précédente ?
3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par :
- $$v_n = u_n - 225.$$
- a. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique et préciser son premier terme et sa raison.
 - b. En déduire que pour tout entier naturel n , $u_n = 225 - 75 \times 0,8^n$.
4. Une petite ville de province organise chaque année une course à pied dans les rues de son centre. En 2015, le nombre de participants à cette course était de 150.
On fait l'hypothèse que d'une année sur l'autre :
- 20 % des participants ne reviennent pas l'année suivante ;
 - 45 nouveaux participants s'inscrivent à la course.
- La petite taille des ruelles du centre historique de la ville oblige les organisateurs à limiter le nombre de participants à 250.
Vont-ils devoir refuser des inscriptions dans les années à venir ? Justifier la réponse.