Le 31 décembre 2015 une forêt comportait 1 500 arbres. Les exploitants de cette forêt prévoient que chaque année, 5 % des arbres seront coupés et 50 arbres seront plantés.

On modélise le nombre d'arbres de cette forêt par une suite (u_n) où, pour tout entier naturel n , u_n est le nombre d'arbres au 31 décembre de l'année $(2015 + n)$.

Ainsi $u_0 = 1500$.

PARTIE A

1. Calculer u_1 et u_2 .
2. Justifier que pour tout entier naturel n , on a : $u_{n+1} = 0,95 \times u_n + 50$.
3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n , par $v_n = u_n - 1000$.
 - a. Montrer que la suite (v_n) est géométrique. En préciser la raison et le premier terme.
 - b. Montrer que pour tout entier naturel n , $u_n = 1000 + 500 \times 0,95^n$.
 - c. En déduire le nombre d'arbres prévisibles dans cette forêt le 31 décembre 2030.

PARTIE B

Les arbres coupés dans cette forêt sont utilisés pour le chauffage. Le prix d'un stère de bois (unité de volume mesurant le bois) augmente chaque année de 3 %.

Au bout de combien d'années le prix d'un stère de bois aura-t-il doublé ?