

Une société propose un service d'abonnement pour jeux vidéo sur téléphone mobile.

Le 1^{er} janvier 2016, on compte 4 000 abonnés.

À partir de cette date, les dirigeants de la société ont constaté que d'un mois sur l'autre, 8 % des anciens joueurs se désabonnent mais que, par ailleurs, 8 000 nouvelles personnes s'abonnent.

1. Calculer le nombre d'abonnés à la date du 1^{er} février 2016.

Pour la suite de l'exercice, on modélise cette situation par une suite numérique (u_n) où u_n représente le nombre de milliers d'abonnés au bout de n mois après le 1^{er} janvier 2016.

La suite (u_n) est donc définie par :

$$u_0 = 4 \quad \text{et, pour tout entier naturel } n, \quad u_{n+1} = 0,92u_n + 8.$$

2. On considère l'algorithme suivant :

Variables
N est un nombre entier naturel
U est un nombre réel
Traitement
U prend la valeur 4
N prend la valeur 0
Tant que $U < 40$
U prend la valeur $0,92 \times U + 8$
N prend la valeur $N + 1$
Fin Tant que
Sortie
Afficher N

- a. Recopier le tableau suivant et le compléter en ajoutant autant de colonnes que nécessaire.

Les valeurs de U seront arrondies au dixième.

Valeur de U	4	...	...
Valeur de N	0	...	...
Condition $U < 40$	vraie	...	...

- b. Donner la valeur affichée en sortie par cet algorithme et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 100$.

- a. Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,92 et calculer son premier terme v_0 .

- b. Donner l'expression de v_n en fonction de n .

- c. En déduire que, pour tout entier naturel n , on a $u_n = 100 - 96 \times 0,92^n$.

4. En résolvant une inéquation, déterminer la date (année et mois) à partir de laquelle le nombre d'abonnés devient supérieur à 70 000.