Un club de basketball a suivi sur plusieurs années l'évolution des abonnements annuels de ses supporters. Partant de ces observations, on décide de modéliser le nombre annuel d'abonnés sur la base d'un taux de réabonnement de 80 % d'une année sur l'autre auxquels s'ajoutent 300 nouveaux abonnements.
On se propose d'étudier l'évolution du nombre annuel des abonnés du club de basketball à l'aide de ce modèle.

Le nombre d'abonnés au club à la fin de l'année 2014 était 1 128.
On note a_n, le nombre d'abonnés à la fin de l'année $2014+n$. On a donc $a_0 = 1128$.

1. Estimer le nombre d'abonnés à la fin de l'année 2015.

2. Expliquer pourquoi, pour tout nombre entier naturel n, on a
$a_{n+1} = 0,8a_n + 300$.

3. Soit (u_n) la suite définie, pour tout nombre entier naturel n, par
$u_n = 1500 - a_n$.

a. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique, dont on précisera la raison et le premier terme.

b. Exprimer u_n en fonction de n.

c. En déduire que, pour tout nombre entier naturel n, on a
$a_n = 1500 - 372 \times 0,8^n$.

4. Résoudre algébriquement l'inéquation $a_n > 1450$ et interpréter le résultat obtenu.

5. La municipalité dont dépend le club de basketball prévoit de construire une nouvelle salle de sport pour accueillir les rencontres du club.
On souhaite pouvoir accueillir tous les abonnés du club auxquels s'ajouteraient 500 spectateurs occasionnels non abonnés au club.
En tenant compte des résultats précédents, combien de places de spectateurs au minimum doit-on prévoir dans cette salle ?