

Dans une ville, un opéra décide de proposer à partir de 2014 un abonnement annuel pour ses spectacles.

L'évolution du nombre d'abonnés d'une année à la suivante est modélisée par le directeur de l'opéra qui prévoit que 75 % des personnes abonnées renouvelleront leur abonnement l'année suivante et qu'il y aura chaque année 300 nouveaux abonnés. Ainsi, pour tout entier naturel n , u_n modélise le nombre d'abonnés pour l'année $(2014 + n)$.

Pour l'année 2014, il y a 500 abonnés, autrement dit $u_0 = 500$.

1. Calculer u_1 et u_2 . Arrondir à l'entier.
2. Expliquer pourquoi, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,75u_n + 300$.
3. On définit la suite (v_n) par : pour tout entier naturel n , $v_n = u_n - 1200$.
 - a. Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,75 et préciser v_0 .
 - b. En déduire alors que pour tout entier naturel n , $u_n = -700 \times 0,75^n + 1200$.
 - c. Calculer u_{10} (arrondir à l'entier). Donner une interprétation concrète de la valeur trouvée.
4. On souhaite écrire un algorithme qui permette d'afficher l'année à partir de laquelle le nombre d'abonnements sera supérieur à 1 190.

On propose trois algorithmes :

Algorithme 1

```
Affecter à  $n$  la valeur 0
Affecter à  $U$  la valeur 500
Tant que  $U \leq 1190$ 
  Affecter à  $n$  la valeur  $n + 1$ 
  Affecter à  $U$  la valeur
   $-700 \times 0,75^n + 1200$ 
Fin Tant que
Affecter à  $n$  la valeur  $n + 2014$ 
Afficher  $n$ 
```

Algorithme 2

```
Affecter à  $n$  la valeur 0
Affecter à  $U$  la valeur 500
Tant que  $U \leq 1190$ 
  Affecter à  $U$  la valeur
   $-700 \times 0,75^n + 1200$ 
  Affecter à  $n$  la valeur  $n + 1$ 
Fin Tant que
Affecter à  $n$  la valeur  $n + 2014$ 
Afficher  $n$ 
```

Algorithme 3

```
Affecter à  $n$  la valeur 0
Affecter à  $U$  la valeur 500
Tant que  $U \leq 1190$ 
  Affecter à  $n$  la valeur  $n + 1$ 
  Affecter à  $U$  la valeur
   $-700 \times 0,75^n + 1200$ 
  Affecter à  $n$  la valeur  $n +$ 
  2014
Fin Tant que
Afficher  $n$ 
```

Parmi ces trois algorithmes, déterminer lequel convient pour répondre au problème posé et expliquer pourquoi les deux autres ne conviennent pas.