

Le fonctionnement de certaines centrales géothermiques repose sur l'utilisation de la chaleur du sous-sol. Pour pouvoir exploiter cette chaleur naturelle, il est nécessaire de creuser plusieurs puits suffisamment profonds.

Lors de la construction d'une telle centrale, on modélise le tarif pour le forage du premier puits par la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n non nul, par :

$$u_n = 2000 \times 1,008^{n-1}$$

où u_n représente le coût en euros du forage de la n -ième dizaine de mètres.

On a ainsi $u_1 = 2000$ et $u_2 = 2016$, c'est-à-dire que le forage des dix premiers mètres coûte 2000 euros, et celui des dix mètres suivants coûte 2016 euros.

Dans tout l'exercice, arrondir les résultats obtenus au centième.

1. Calculer u_3 puis le coût total de forage des 30 premiers mètres.
2. Pour tout entier naturel n non nul :
 - a. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n et préciser la nature de la suite (u_n) .
 - b. En déduire le pourcentage d'augmentation du coût du forage de la $(n+1)$ -ième dizaine de mètres par rapport à celui de la n -ième dizaine de mètres.
3. On considère l'algorithme ci-dessous :

```

INITIALISATION
u prend la valeur 2 000
S prend la valeur 2 000
TRAITEMENT
Saisir n
Pour i allant de 2 à n
    u prend la valeur u × 1,008
    S prend la valeur S + u
Fin Pour
SORTIE
Afficher S
  
```

La valeur de n saisie est 5.

- a. Faire fonctionner l'algorithme précédent pour cette valeur de n .
Résumer les résultats obtenus à chaque étape dans le tableau ci-dessous (à recopier sur la copie et à compléter en ajoutant autant de colonnes que nécessaire).

Valeur de i		2	
Valeur de u	2 000		
Valeur de S	2 000		

- b. Quelle est la valeur de S affichée en sortie ? Interpréter cette valeur dans le contexte de cet exercice.
4. On note $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ la somme des n premiers termes de la suite (u_n) , n étant un entier naturel non nul. On admet que :

$$S_n = -250\,000 + 250\,000 \times 1,008^n.$$

Le budget consenti pour le forage du premier puits est de 125 000 euros, On souhaite déterminer la profondeur maximale du puits que l'on peut espérer avec ce budget.

- a. Calculer la profondeur maximale par la méthode de votre choix (utilisation de la calculatrice, résolution d'une inéquation ...).
- b. Modifier l'algorithme précédent afin qu'il permette de répondre au problème posé.