

En 2010, un opérateur de téléphonie mobile avait un million de clients. Depuis, chaque année, l'opérateur perd 10 % de ses clients, mais regagne dans le même temps 60 000 nouveaux clients.

1. a. On donne l'algorithme ci-dessous. Expliquer ce que l'on obtient avec cet algorithme.

**Variabes :**  $k, \text{NbClients}$   
**Traitement :** Affecter à  $k$  la valeur 0  
 Affecter à  $\text{NbClients}$  la valeur 1 000 000  
 Tant que  $k < 8$   
     affecter à  $k$  la valeur  $k + 1$   
     affecter à  $\text{NbClients}$  la valeur  $0,9 \times \text{NbClients} + 60\,000$   
     Afficher  $\text{NbClients}$   
 Fin Tant que

- b. Recopier et compléter le tableau ci-dessous avec toutes les valeurs affichées pour  $k$  de 0 jusqu'à 5.

$k$	0	1	2	3	4	5
NbClients						

2. En supposant que cette évolution se poursuit de la même façon, la situation peut être modélisée par la suite  $(U_n)$  définie pour tout entier naturel  $n$ , par :

$$\begin{cases} U_0 &= 1000 \\ U_{n+1} &= 0,9U_n + 60. \end{cases}$$

Le terme  $U_n$  donne une estimation du nombre de clients, en millier, pour l'année 2010 +  $n$ .

Pour étudier la suite  $(U_n)$ , on considère la suite  $(V_n)$  définie pour tout entier naturel  $n$  par  $V_n = U_n - 600$ .

- Montrer que la suite  $(V_n)$  est géométrique de raison 0,9.
  - Déterminer l'expression de  $V_n$  en fonction de  $n$ .
  - Montrer que pour tout entier naturel  $n$ , on a  $U_n = 400 \times 0,9^n + 600$ .
  - Montrer que la suite  $(U_n)$  est décroissante. Interpréter le résultat dans le contexte de ce problème.
3. À la suite d'une campagne publicitaire conduite en 2013, l'opérateur de téléphonie observe une modification du comportement de ses clients.

Chaque année à compter de l'année 2014, l'opérateur ne perd plus que 8 % de ses clients et regagne 100 000 nouveaux clients.

On admet que le nombre de clients comptabilisés en 2014 était égal à 860 000.

En supposant que cette nouvelle évolution se poursuive durant quelques années, déterminer le nombre d'années nécessaire pour que l'opérateur retrouve au moins un million de clients.