

Depuis le 1^{er} janvier 2015, une commune dispose de vélos en libre service. La société Bicycl'Aime est chargée de l'exploitation et de l'entretien du parc de vélos.

La commune disposait de 200 vélos au 1^{er} janvier 2015.

La société estime que, chaque année, 15 % des vélos sont retirés de la circulation à cause de dégradations et que 42 nouveaux vélos sont mis en service.

On modélise cette situation par une suite (u_n) où u_n représente le nombre de vélos de cette commune au 1^{er} janvier de l'année 2015 + n .

1. Déterminer le nombre de vélos au 1^{er} janvier 2016.
2. Justifier que la suite (u_n) est définie par $u_0 = 200$ et, pour tout entier naturel n , par :

$$u_{n+1} = 0,85u_n + 42.$$

3. On donne l'algorithme suivant :

Variables :	N entier U réel
Initialisation :	N prend la valeur 0 U prend la valeur 200
Traitement :	Tant que $N < 4$ U prend la valeur $0,85 \times U + 42$ N prend la valeur $N + 1$ Fin tant que
Sortie :	Afficher U

4. a. Recopier et compléter le tableau suivant en arrondissant les résultats à l'unité. Quel nombre obtient-on à l'arrêt de l'algorithme ?

U	200				
N	0	1	2	3	4
Condition $N < 4$	Vrai				

- b. Interpréter la valeur du nombre U obtenue à l'issue de l'exécution de cet algorithme.
5. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 280$.
 - a. Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,85 et de premier terme $v_0 = -80$.
 - b. Pour tout entier naturel n , exprimer v_n en fonction de n .
 - c. En déduire que, pour tout entier naturel n , on a $u_n = -80 \times 0,85^n + 280$.
 - d. Calculer la limite de la suite (u_n) et interpréter ce résultat.
6. La société Bicycl'Aime facture chaque année à la commune 300 € par vélo en circulation au 1^{er} janvier.

Déterminer le coût total pour la période du 1^{er} janvier 2015 au 31 décembre 2019, chacun des termes utilisés de la suite (u_n) étant exprimé avec un nombre entier.