

On comptait 700 élèves dans un lycée lors de la rentrée de 2012.

À la fin de chaque année scolaire, après le départ des nouveaux bacheliers et des élèves quittant l'établissement, le lycée conserve 70 % de son effectif pour l'année suivante.

Il reçoit 240 nouveaux élèves à chaque rentrée.

1. Calculer le nombre d'élèves dans le lycée aux rentrées 2013 et 2014.
2. On définit la suite (a_n) par :

$$a_0 = 700 \quad \text{et, pour tout entier naturel } n, \quad a_{n+1} = 0,7 \times a_n + 240.$$

Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = a_n - 800$.

- a. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 0,7.
Préciser son premier terme.
 - b. Exprimer u_n en fonction de n .
 - c. En déduire l'expression de a_n en fonction de n .
3. On choisit de modéliser le nombre d'élèves du lycée par les termes de la suite (a_n) .
- Il faudra agrandir le lycée dès que l'effectif sera supérieur ou égal à 780 élèves.
- a. Montrer que résoudre l'inéquation $800 - 100 \times 0,7^n \geq 780$ revient à résoudre l'inéquation $0,7^n \leq 0,2$.
 - b. En quelle année faudra-t-il agrandir le lycée ?