EXERCICE 2 *(5 points)*

Lors de sa création au Ier janvier 2000, un club de sport a 300 adhérents. À la fin de la première année, trois quarts des adhérents se réinscrivent et 120 nouveaux membres adhèrent.

Pour tout nombre entier naturel *n*, on appelle a_n le nombre d'adhérents du club, exprimé en centaines, *n* années après la création du club.

On a donc $a_0 = 3$.

On suppose que le nombre d'adhérents au club évolue de la même façon les années suivantes. Ainsi, pour tout nombre entier naturel *n*, $a_{n+1} = 0,75a_n + 1,2$.

PARTIE A : Étude graphique de la suite $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

Dans le repère donné en ANNEXE 2, à rendre avec la copie, on a représenté la droite *D* d'équation $y = 0,75x + 1,2$ et la droite Δ d'équation $y = x$ pour les abscisses comprises entre 0 et 6.

1) Placer a_0 sur l'axe des abscisses et, en utilisant les droites D et Δ, placer sur l'axe des abscisses les valeurs a_1, a_2, a_3, a_4 (laisser apparents les traits de construction).
2) Quelle semble être la limite de la suite $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$?

PARTIE B : Étude numérique de la suite $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_n = a_n - 4,8$ pour tout nombre entier naturel *n*.

1) a. Calculer u_0.
   b. Démontrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison 0,75.
   c. En déduire que, pour tout nombre entier naturel *n*, $a_n = 4,8 - 1,8\times(0,75)^n$.
   d. Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n$.
2) Si l'évolution du nombre d'adhérents se poursuit selon ce modèle, le club peut-il avoir 500 adhérents durant une année ? Pourquoi ?

ANNEXE 2