

Un opérateur de téléphonie mobile constate que, chaque année, il perd 8% de ses précédent abonnés et que, par ailleurs, il gagne 3 millions de nouveaux abonnés.

En 2013 le nombre d'abonnés est de 20 millions.

On s'intéresse au nombre d'abonnés, en millions, pour l'année 2013 + n . En supposant que cette évolution se poursuit de la même façon, la situation peut être modélisée par la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n , par :

$$\begin{cases} u_0 & = & 20 \\ u_{n+1} & = & 0,92u_n + 3. \end{cases}$$

Le terme u_n donne une estimation du nombre d'abonnés pour l'année 2013 + n .

Partie A

1. **a.** En utilisant cette modélisation, l'opérateur décide d'arrondir les résultats à 10^{-3} .
À quoi correspond ce choix d'arrondi ?
- b.** Déterminer le nombre d'abonnés en 2014 et en 2015.
On définit la suite (v_n) par $v_n = u_n - 37,5$ pour tout entier naturel n .
2. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique de raison 0,92. Préciser son premier terme.
3. Exprimer v_n en fonction de n .
En déduire que, pour tout entier naturel n , $u_n = -17,5 \times 0,92^n + 37,5$.
4. Déterminer le nombre d'abonnés en millions en 2020. Arrondir les résultats à 10^{-3} .
5. Déterminer la limite de la suite (u_n) .
6. L'opérateur peut-il espérer dépasser 30 millions d'abonnés ?

Partie B

Compte tenu des investissements, l'opérateur considère qu'il réalisera des bénéfices lorsque le nombre d'abonnés dépassera 25 millions.

1. Recopier et compléter l'algorithme suivant afin de déterminer le nombre d'années nécessaires à partir de 2013 pour que l'opérateur fasse des bénéfices.

Variables :	N un nombre entier naturel non nul U un nombre réel
Traitement :	Affecter à U la valeur 20 Affecter à N la valeur 0 Tant que affecter à U la valeur $0,92 \times U + 3$ affecter à N la valeur $N + 1$ Fin Tant que
Sortie :	Afficher

2. En quelle année l'opérateur fera-t-il des bénéfices pour la première fois ?