

Le premier janvier 2014, Monica ouvre un livret d'épargne sur lequel elle dépose 6 000 euros.
 Elle décide de verser 900 euros sur ce livret chaque premier janvier à partir de 2015 jusqu'à atteindre le plafond autorisé de 19 125 euros.
 On suppose dans tout cet exercice que le taux de rémunération du livret reste fixé à 2,25 % par an et que les intérêts sont versés sur le livret le premier janvier de chaque année.

Première partie

1. Calculer le montant des intérêts pour l'année 2014 et montrer que Monica disposera d'un montant de 7 035 euros sur son livret le premier janvier 2015.
2. On note M_n le montant en euros disponible sur le livret le premier janvier de l'année 2014 + n .
 On a donc $M_0 = 6000$ et $M_1 = 7035$.
 Montrer que pour tout entier naturel n : $M_{n+1} = 1,0225M_n + 900$.

Deuxième partie

Monica souhaite savoir en quelle année le montant de son livret atteindra le plafond de 19 125 euros.

1. Première méthode :
 On considère la suite (G_n) définie, pour tout entier naturel n , par $G_n = M_n + 40\,000$.
 (a) Montrer que la suite (G_n) est une suite géométrique de raison 1,022 5. On précisera le premier terme.
 (b) Donner l'expression de G_n en fonction de n .
 En déduire que, pour tout entier naturel n , $M_n = 46\,000 \times 1,022\,5^n - 40\,000$.
 (c) Déduire de l'expression de M_n obtenue en b. l'année à partir de laquelle le plafond de 19 125 euros sera atteint.
2. Deuxième méthode :
 L'algorithme ci-dessous permet de déterminer l'année à partir de laquelle le plafond sera atteint.

LIGNE	
1	Variables : MONTANT est un réel
2	ANNÉE est un entier
3	
4	Initialisation : Affecter à MONTANT la valeur 6 000
5	Affecter à ANNÉE la valeur 2014
6	
7	Traitement : Tant que MONTANT < 19 125
8	Affecter à MONTANT la valeur $1,022\,5 \times \text{MONTANT} + 900$
9	Affecter à ANNÉE la valeur ANNÉE + 1
10	
11	Sortie : Afficher « le plafond du livret sera atteint en ... »
12	Afficher ANNÉE

- (a) Il suffit de modifier deux lignes de cet algorithme pour qu'il détermine l'année à partir de laquelle le plafond est atteint pour un montant versé initialement de 5 000 euros et des versements annuels de 1 000 euros.
 Indiquez sur votre copie les numéros des lignes et les modifications proposées.
- (b) Proposez une modification de la boucle conditionnelle pour que l'algorithme affiche également à l'écran le montant disponible au premier janvier de chaque année.