

EXERCICE 3**5 points****Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité**

La bibliothèque municipale étant devenue trop petite, une commune a décidé d'ouvrir une médiathèque qui pourra contenir 100 000 ouvrages au total.

Pour l'ouverture prévue le 1^{er} janvier 2013, la médiathèque dispose du stock de 35 000 ouvrages de l'ancienne bibliothèque augmenté de 7 000 ouvrages supplémentaires neufs offerts par la commune.

Partie A

Chaque année, la bibliothécaire est chargée de supprimer 5 % des ouvrages, trop vieux ou abîmés, et d'acheter 6 000 ouvrages neufs.

On appelle u_n le nombre, en milliers, d'ouvrages disponibles le 1^{er} janvier de l'année (2013+ n).

On donne $u_0 = 42$.

1. Justifier que, pour tout entier naturel n , on a $u_{n+1} = u_n \times 0,95 + 6$.
2. On propose, ci-dessous, un algorithme, en langage naturel.
Expliquer ce que permet de calculer cet algorithme.

<p>Variables : U, N</p> <p>Initialisation : Mettre 42 dans U Mettre 0 dans N</p> <p>Traitement : Tant que U < 100 U prend la valeur U × 0,95 + 6 N prend la valeur N + 1 Fin du Tant que</p> <p>Sortie Afficher N.</p>

3. À l'aide de votre calculatrice, déterminer le résultat obtenu grâce à cet algorithme.

Partie B

La commune doit finalement revoir ses dépenses à la baisse, elle ne pourra financer que 4 000 nouveaux ouvrages par an au lieu des 6 000 prévus.

On appelle v_n le nombre, en milliers, d'ouvrages disponibles le 1^{er} janvier de l'année (2013+ n).

1. Identifier et écrire la ligne qu'il faut modifier dans l'algorithme pour prendre en compte ce changement.
2. On admet que $v_{n+1} = v_n \times 0,95 + 4$ avec $v_0 = 42$.
On considère la suite (w_n) définie, pour tout entier n , par $w_n = v_n - 80$.
Montrer que (w_n) est une suite géométrique de raison $q = 0,95$ et préciser son premier terme w_0 .
3. On admet que, pour tout entier naturel n : $w_n = -38 \times (0,95)^n$.
 - a. Déterminer la limite de (w_n) .
 - b. En déduire la limite de (v_n) .
 - c. Interpréter ce résultat.