

**EXERCICE 4****6 points****Commun à tous les candidats**

La population de l'Allemagne (nombre de personnes résidant sur le territoire allemand) s'élevait à 81 751 602 habitants au premier janvier 2011.

De plus, on sait qu'en 2011, le nombre de naissances en Allemagne ne compense pas le nombre de décès, et sans tenir compte des flux migratoires on estime le taux d'évolution de la population allemande à  $-0,22\%$ . On admet que cette évolution reste constante les années suivantes.

*Les résultats seront arrondis à l'unité*

**Partie A**

On propose l'algorithme suivant :

<b>Entrée :</b>	Saisir le nombre entier naturel non nul $S$ .
<b>Traitement :</b>	Affecter à $U$ la valeur 81 751 602    {initialisation} Affecter à $N$ la valeur 0                {initialisation} Tant que $U > S$ Affecter à $U$ la valeur $0,9978 \times U$ Affecter à $N$ la valeur $N + 1$ Fin tant que
<b>Sortie :</b>	Afficher $N$

On saisit en entrée le nombre  $S = 81\,200\,000$ . Recopier et compléter le tableau suivant autant que nécessaire en arrondissant les résultats à l'unité. Quel nombre obtient-on en sortie ?

$U$	81 751 602	81 571 748	...	
$N$	0		...	
Test $U > S$	Vrai		...	

**Partie B**

On note  $u_n$  l'effectif de la population de l'Allemagne au premier janvier 2011 +  $n$ .

1. Déterminer  $u_0$  et  $u_1$ .
2. **a.** Justifier que la suite  $(u_n)$  est une suite géométrique, de 1<sup>er</sup> terme 81 751 602 et de raison 0,997 8.
- b.** Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .
3. Si cette évolution de  $-0,22\%$  se confirme :
  - a.** Quel serait l'effectif de la population de l'Allemagne au premier janvier 2035 ?
  - b.** En quelle année la population passera-t-elle au-dessous du seuil de 81 200 000 habitants ?

**Partie C**

Dans cette partie, on tient compte des flux migratoires : on estime qu'en 2011 , le solde migratoire (différence entre les entrées et les sorties du territoire) est positif en Allemagne et s'élève à 49 800 personnes.

On admet de plus que le taux d'évolution de  $-0,22\%$  ainsi que le solde migratoire restent constants les années suivant 2011.

1. Modéliser cette situation à l'aide d'une suite  $(v_n)$  dont on précisera le premier terme  $v_0$  ainsi qu'une relation entre  $v_{n+1}$  et  $v_n$ .
2. Calculer  $v_1$  et  $v_2$ . Que peut-on conjecturer sur l'évolution de la population de l'Allemagne ?

*(Données recueillies par l'Institut national d'études démographiques)*