

**EXERCICE 2** ( 5 points )

Dans un village, l'association de gymnastique volontaire possédait 50 adhérents en 2000.

Depuis cette date, la trésorière a remarqué que chaque année elle reçoit 18 nouvelles adhésions et que 85 % des anciens inscrits renouvellent leur adhésion.

On note  $a_n$  le nombre d'adhérents pour l'année 2000 +  $n$  ; on a donc  $a_0 = 50$  et  $a_{n+1} = 0,85a_n + 18$  pour tout entier naturel  $n$ .

1. Soit la suite  $(u_n)$  définie par  $u_n = a_n - 120$  pour tout  $n \geq 0$ .
  - a) Montrer que la suite  $(u_n)$  est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
  - b) Démontrer que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $a_n = 120 - 70 \times 0,85^n$ .
  - c) Déterminer la limite de la suite  $(a_n)$  quand  $n$  tend vers l'infini, interpréter ce résultat.
2. Chaque semaine 60% des adhérents s'inscrivent pour une heure de gymnastique et 40% pour deux heures de gymnastique.
  - a) Exprimer en fonction de  $n$  le nombre d'heures de gymnastique à prévoir par semaine pour l'année 2000 +  $n$ .
  - b) Une séance de gymnastique dure une heure et est limitée à 20 personnes. On veut déterminer à partir de quelle année l'association devra prévoir plus de 8 séances par semaine. Démontrer qu'alors  $n$  doit vérifier l'inéquation  $98 \times 0,85^n < 8$ . Résoudre cette inéquation et conclure.

*Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète ou d'initiative même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.*